2019年度入學　第1期

日本大學聯合學力測試

數　學（文科）

2017年11月實施

（90分鐘）

在考試開始前請勿打開本考卷，仔細閱讀下述注意事項。

請填寫考試編號與姓名。

注意事項

1. 考卷共5頁。
2. 答題紙為單面1張。
3. 若發現本考卷存在印刷不清晰、缺頁、錯頁或答題紙污損時，請舉手告知監考老師。
4. 考卷上共有4大項必答題目。
5. 答題紙上請同樣填寫准考證號與姓名。
6. 答題時請務必使用黑色鉛筆，將答案填寫在答題紙指定欄中。
7. 考卷上可書寫筆記或計算草稿等。
8. 考試結束時，請再次確認准考證號、姓名，並按照監考老師指示提交答題紙與考卷。

准考證號	姓名

$\boxed{1}$　求 $\boxed{A}$ 到 $\boxed{D'}$ 各組字母對應的數位。

（1）　當：$\alpha=1+2i$，$\beta=1-2i$，（i為虛數單位）時，

$$\alpha+\beta=\boxed{A},\qquad \alpha\beta=\boxed{B},\qquad \frac{5}{\alpha}+\frac{5}{\beta}=\boxed{C}$$

（2）　假設 a，b 為正的定值，有直線

$$y=ax+b,\qquad \ldots（*）$$

當直線（ * ）通過點（3，1）時，

$$b=\boxed{DE}a+\boxed{F}$$

當$-1\leqq x\leqq 1$且 y的最小值為 -7時

$$a=\boxed{G}，b=\boxed{HI}$$

此時，x的不等式

$$-1<ax+b<1$$

的解為

$$\boxed{J}<x<\boxed{K}$$

（3）　假設 n 為大於 1 且小於 200 的整數，集合 A，B 為

A:（n為 2 的倍數）

B:（n為 3 的倍數）

滿足 $n\in A$ 的 n 的個數為 $\boxed{LMN}$，

滿足 $n\in B$ 的 n 的個數為 $\boxed{OP}$

滿足 $n\in A\cup B$ 的 n 的個數為

$\boxed{QRS}$。

（4）　$\sin\theta\, 30°=\dfrac{\boxed{T}}{\boxed{U}}$，$\cos 120°=\dfrac{\boxed{VW}}{\boxed{X}}$

有三角形 ABC，AB = 3，AC = 7，∠ABC = 90°。

假設∠BAC = θ，

$$\sin\theta=\frac{\boxed{Y}\sqrt{\boxed{ZA'}}}{\boxed{B'}},$$

$$\sin（90°-\theta）=\frac{\boxed{C'}}{\boxed{D'}}$$

$\boxed{2}$　求 $\boxed{\text{A}}$ 到 $\boxed{\text{O'}}$ 各組字母對應的數位。從選項中選擇 $\boxed{\text{P'}}$ 的正確答案的序號。

（1）　假設k為實數，有直線

$$y = k(x-3)+4 \qquad \ldots（*）$$

假設無論k為何值，直線（ * ）均會通過 A 點，

$$\text{A}（\boxed{\text{A}}，\boxed{\text{B}}）$$

當直線（ * ）與 y 軸上 $y>0$ 的部分相交時，

$$k < \frac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}}$$

而且，假設 O（0，0），B（－1，3），當直線（ * ）與線段 OB（不包括兩個端點 O，B）相交時，

$$\frac{\boxed{\text{E}}}{\boxed{\text{F}}} < k < \frac{\boxed{\text{G}}}{\boxed{\text{H}}}$$

（2）　數列 $\{a_n\}$ 為

$$\{a_n\}\ 2，7，12，17，22，27，\ \ldots$$

用 n 表示第 n 項 a_n的值為

$$a_n = \boxed{\text{I}}\,n - \boxed{\text{J}}$$

另外，

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{100} = \boxed{\text{KLMNO}}$$

$$a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{100} = \boxed{\text{PQRST}}$$

（3）　a為定值且為實數。x的方程式

$$9^x - (a+1)\cdot 3^{x+1} + 8 = 0 \qquad \ldots（*）$$

的解中包含 $x=0$時，

$$a = \boxed{\text{U}}$$

此時，設 $t = 3^x$，則（ * ）可表示為

$$t^2 - \boxed{\text{V}}\,t + \boxed{\text{W}} = 0，$$

因為

$$t = \boxed{\text{X}}，\boxed{\text{Y}}（設 \boxed{\text{X}} < \boxed{\text{Y}}）$$

所以（ * ）的除 $x=0$之外的解為

$$x = \boxed{\text{Z}}\log_{\boxed{\text{A'}}}\boxed{\text{B'}}$$

（4）　x，y的方程式

$$xy-2x-2y=0 \qquad \cdots（ * ）$$

變形後為，

$$(x-\boxed{\text{C'}})(y-\boxed{\text{D'}})=\boxed{\text{E'}}$$

所以可滿足（*）的x，y（$x<y$）的正整數組合為

$$(\mathrm{x},\mathrm{y})=(\boxed{\text{F'}},\boxed{\text{G'}})$$

（5）　假設m為正的常數，xy平面上有

圓 C：$x^2+y^2-6x+8=0$，及直線 l：$y=mx-1$

C 的圓心為 A，半徑為 r（>0），則

$$A(\boxed{\text{H}'},\boxed{\text{I}'})，r=\boxed{\text{J}'}$$

假設連接 A 點與直線 l上某一點的線段的最小長度為 d，則

$$d=\frac{|\boxed{\text{K'}}m-\boxed{\text{L'}}|}{\sqrt{m^2+\boxed{\text{M'}}}}$$

當$d=r$時，

$$m=\frac{\boxed{\text{N'}}}{\boxed{\text{O'}}}$$

C與 l $\boxed{\text{P'}}$，從①~③中選擇 $\boxed{\text{P'}}$ 的正確答案。

①　於不同的兩點　　②　交於一點　　③　不相交

$\boxed{3}$ 求 $\boxed{\text{A}}$ 到 $\boxed{\text{S}}$ 各組字母對應的數位。

（1） a 為定值，二次函數 $y=-x^2+(4a+4)x-3a^2-10a-3$ 的圖形為 C

C 為拋物線，頂點座標為

$$\left(\boxed{\text{A}}a+2，a^2-\boxed{\text{B}}a+1\right)。$$

$a=-2$ 時，拋物線 C 與 x 軸的交點的 x 座標為

$$x=\boxed{\text{CD}}，\boxed{\text{E}}。$$

（2）如圖所示，有一個邊長為 1 的正六邊形，把 0~5 的號碼按逆時針方向順次標注在每個頂點。將正六邊形外接圓的圓心標註為 6。

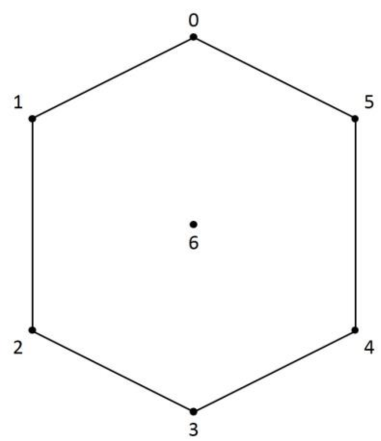
同時擲出紅、藍、白 3 個骰子，然後按各個骰子的數字在正六邊形上選出相對應的 3 個點。

選中的 3 個點完全一致的概率為 $\frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{GH}}}$，選中的 3 個點中有 2 個點一致的概率為 $\frac{\boxed{\text{I}}}{\boxed{\text{JK}}}$。

接下來，將選中的 3 個點連接起來形成三角形。不排除有時候無法形成三角形的情況。

此時，三角形正好是邊長為 $\sqrt{3}$ 的等邊三角形的概率為 $\frac{\boxed{\text{L}}}{\boxed{\text{MN}}}$，

三角形為等邊三角形的概率為 $\frac{\boxed{\text{O}}}{\boxed{\text{PQ}}}$，三角形為直角三角形的概率為 $\frac{\boxed{\text{R}}}{\boxed{\text{S}}}$。



$\boxed{4}$ 求 $\boxed{\text{AB}}$ 到 $\boxed{\text{O}}$ 各組字母對應的數位。

三角形ABC滿足以下條件，$\text{AB} = 3\sqrt{10}$，$\cos\angle\text{ABC} = \frac{\sqrt{10}}{4}$。

另外，在BC邊上選擇一點H，BH: HC=3:1，AH與BC垂直。

此時

$$\text{BH} = \frac{\boxed{\text{AB}}}{\boxed{\text{C}}},\ \text{BC} = \boxed{\text{DE}}$$

$$\text{AC} = \boxed{\text{F}}\sqrt{\boxed{\text{GH}}},\ \cos\angle\text{BAC} = \frac{\boxed{\text{I}}}{\boxed{\text{J}}}$$

設三角形ABC外接圓的半徑為R，

$$R = \frac{\boxed{\text{K}}\sqrt{\boxed{\text{LM}}}}{3}。$$

∠BAC的平分線與BC邊的交點為D，則

$$\text{BD} = \boxed{\text{N}}，\text{AD} = \boxed{\text{O}}$$